

## Zusammenfassung:

Gekoppelte Systeme von freier Strömung und Strömung durch poröses Medium kommen sowohl in der Natur als auch in einer Vielzahl von technischen Anwendungen vor, beispielsweise bei der Grundwasserfiltration oder der Wasserfiltration in Brennstoffzellen. Die freie Strömung wird üblicherweise durch die Stokes-Gleichungen beschrieben und die Strömung durch das poröse Medium mithilfe des Darcy-Gesetzes. Eine der größten Herausforderungen bei der Modellierung solcher Strömungssysteme ist die physikalisch korrekte Kopplung der beiden mathematischen Modelle an der Grenzfläche zwischen freier Strömung und poröser Schicht. Traditionelle Kopplungskonzepte wurden für unidirektionale Strömungen entwickelt, die parallel oder senkrecht zur Grenzfläche verlaufen. Allerdings sind diese Konzepte nicht für beliebige Strömungsrichtungen, welche zum Beispiel bei industriellen Filtrationsprozessen auftreten, anwendbar. Diese Tatsache beschränkt die Anwendungsmöglichkeiten erheblich. Daher werden neue Kopplungsbedingungen für Stokes-Darcy-Probleme benötigt, die für beliebige Strömungsrichtungen gültig sind.

In dieser Dissertation entwickeln wir verallgemeinerte Kopplungsbedingungen, die für Strömungen mit beliebiger Richtung zur Grenzfläche zwischen freier Strömung und porösem Medium gelten. Diese Bedingungen werden mithilfe von Homogenisierung und der Grenzschichttheorie rigoros hergeleitet. Die Koeffizienten, die in den verallgemeinerten Kopplungsbedingungen erscheinen, werden anhand der Porengeometrie in der Nähe der Grenzfläche berechnet. Dies ist ein enormer Vorteil gegenüber den traditionell verwendeten Kopplungsbedingungen, die auf unidirektionale Strömungen beschränkt sind und unbekannte Modellparameter enthalten, welche bestimmt werden müssen bevor die Bedingungen in numerischen Simulationen verwendet werden können. Wir leiten die schwache Formulierung des Stokes-Darcy-Problems mit den neu entwickelten Kopplungsbedingungen her und beweisen Existenz und Eindeutigkeit einer schwachen Lösung. Zur numerischen Lösung des gekoppelten Problems entwickeln wir eine Finite-Volumen-Diskretisierung und zur Berechnung der effektiven Modellparameter sowie zur Lösung des Porenskalenproblems verwenden wir die Finite-Elemente-Methode. Um die verallgemeinerten Kopplungsbedingungen zu validieren, vergleichen wir numerische Simulationsergebnisse auf der Poren- und Makroskala. Wir zeigen, dass die hergeleiteten Kopplungsbedingungen präziser sind als

die klassischen Bedingungen im Falle unidirektionaler Strömungen und, dass sie für beliebige Strömungsrichtungen zur Grenzfläche geeignet sind, im Gegensatz zu den klassischen Kopplungsbedingungen.

## Abstract:

Coupled free-flow and porous-medium flow systems occur in nature as well as in a wide range of technical applications, for example, groundwater filtration or water management in fuel cells. The free flow is typically described by the Stokes equations and the flow through the porous medium by Darcy's law. One of the major challenges in modeling such flow systems is the accurate coupling of both mathematical models across the fluid-porous interface. Traditional coupling concepts are developed for unidirectional flows, parallel or perpendicular to the porous layer, however, they are not applicable if arbitrary flow directions occur, such as in industrial filtration. This fact significantly restricts the amount of applications that can be accurately modeled. Therefore, new interface conditions accounting for arbitrary flows in Stokes-Darcy systems are needed.

In this dissertation, we develop generalized coupling conditions that are valid for arbitrary flow directions to the fluid-porous interface. These conditions are rigorously derived using homogenization with two-scale asymptotic expansions and boundary layer theory. All coefficients appearing in the generalized interface conditions are computed based on the pore geometry in the vicinity of the interface. This is a great advantage over the traditionally applied coupling conditions, which are limited to unidirectional flows and contain unknown model parameters that must be fitted before the conditions can be used in numerical simulations. We derive the variational formulation of the Stokes-Darcy problem with the newly derived coupling conditions and prove existence and uniqueness of a weak solution. We develop a finite volume discretization scheme to solve the coupled problem numerically and employ finite element methods to compute all effective model parameters and to solve the pore-scale problem. To validate the generalized coupling conditions we compare microscale and macroscale numerical simulation results. We demonstrate that the derived interface conditions are more accurate than the classical conditions in case of unidirectional flows, and that they are valid in case of arbitrary flow directions to the interface, whereas the classical conditions fail.