

# Algebra und Darstellungstheorie (IAZ)

*Es gibt nichts Praktischeres als eine gute Theorie.*

# Algebra und Darstellungstheorie (IAZ)

*Es gibt nichts Praktischeres als eine gute Theorie.*

Mathematik vereint Nützlichkeit und Schönheit: sie sieht von einem höheren Standpunkt aus Strukturen und Muster, erklärt diese und macht sie berechenbar.

# Algebra und Darstellungstheorie (IAZ)

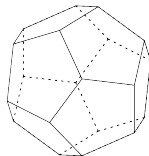
*Es gibt nichts Praktischeres als eine gute Theorie.*

Mathematik vereint Nützlichkeit und Schönheit: sie sieht von einem höheren Standpunkt aus Strukturen und Muster, erklärt diese und macht sie berechenbar.

Algebra und Darstellungstheorie konzentrieren sich auf abstrakte Strukturen, die insbesondere Symmetrien in der Mathematik, den Naturwissenschaften, der Informatik und weiteren Gebieten beschreiben.

Symmetrie kommt überall vor: in der Natur, in Theorien. Dodekaeder und Ikosaeder kommen als Bausteine in Ionen wie dem Borwasserstoffion vor. Der Herpes Virus hat die Form von Ikosaedern. Mit Algebra und Darstellungstheorie können diese Symmetrien analysiert werden.

Symmetriegruppe:  $A_5 \times \mathbb{Z}_2$



# In Algebra und Darstellungstheorie geht es um:

- ▶ allgemeine Erklärungen und Verständnis von Strukturen,
- ▶ Schönheit der Begriffe und Ergebnisse (reine Mathematiker dürfen Spass haben),
- ▶ exakte Berechenbarkeit,
- ▶ fachübergreifende Anwendbarkeit.

# In Algebra und Darstellungstheorie geht es um:

- ▶ allgemeine Erklärungen und Verständnis von Strukturen,
- ▶ Schönheit der Begriffe und Ergebnisse (reine Mathematiker dürfen Spass haben),
- ▶ exakte Berechenbarkeit,
- ▶ fachübergreifende Anwendbarkeit.

Der Inhalt der alten Vorlesung *Algebra* wurde auf zwei Semester aufgeteilt. Die Profillinie Algebra und Darstellungstheorie besteht damit aus den Vorlesungen

- ▶ Algebra,
- ▶ Algebra II,
- ▶ Grundlagen der Darstellungstheorie.

Im Studienjahr 2023/24 werden alle drei Veranstaltungen angeboten.

# Einbettung der Vorlesungen in den Studiengang Mathematik:

Für die genannten drei Vorlesungen gelten die folgenden Rahmenbedingungen:

- ▶ Algebra (9LP, 4V2Ü): Voraussetzung LAAG 1 und LAAG 2.

Wahlpflicht im BSc; Pflicht im BA unter dem Namen "Algebra und Zahlentheorie".

# Einbettung der Vorlesungen in den Studiengang Mathematik:

Für die genannten drei Vorlesungen gelten die folgenden Rahmenbedingungen:

- ▶ Algebra (9LP, 4V2Ü): Voraussetzung LAAG 1 und LAAG 2.  
Wahlpflicht im BSc; Pflicht im BA unter dem Namen “Algebra und Zahlentheorie”.
- ▶ Algebra II (9LP, 4V2Ü): Voraussetzung Algebra.  
“Algebra II für das Lehramt” (6LP, Vorlesung über 2/3 des Semesters):  
Wahlmodul im Master für Lehramtsstudierende.

# Einbettung der Vorlesungen in den Studiengang Mathematik:

Für die genannten drei Vorlesungen gelten die folgenden Rahmenbedingungen:

- ▶ Algebra (9LP, 4V2Ü): Voraussetzung LAAG 1 und LAAG 2.  
Wahlpflicht im BSc; Pflicht im BA unter dem Namen “Algebra und Zahlentheorie”.
- ▶ Algebra II (9LP, 4V2Ü): Voraussetzung Algebra.  
“Algebra II für das Lehramt” (6LP, Vorlesung über 2/3 des Semesters):  
Wahlmodul im Master für Lehramtsstudierende.
- ▶ Grundlagen der Darstellungstheorie (9LP): Voraussetzung Algebra.  
Empfohlene, aber nicht notwendige Voraussetzung: Algebra II.



# Einbettung der Vorlesungen in den Studiengang Mathematik:

Für die genannten drei Vorlesungen gelten die folgenden Rahmenbedingungen:

- ▶ Algebra (9LP, 4V2Ü): Voraussetzung LAAG 1 und LAAG 2.  
Wahlpflicht im BSc; Pflicht im BA unter dem Namen “Algebra und Zahlentheorie”.
- ▶ Algebra II (9LP, 4V2Ü): Voraussetzung Algebra.  
“Algebra II für das Lehramt” (6LP, Vorlesung über 2/3 des Semesters):  
Wahlmodul im Master für Lehramtsstudierende.
- ▶ Grundlagen der Darstellungstheorie (9LP): Voraussetzung Algebra.  
Empfohlene, aber nicht notwendige Voraussetzung: Algebra II.

(1) Algebra ist Grundlage für Veranstaltungen in angrenzenden Bereichen (algebraische Zahlentheorie, algebraische Geometrie, algebraische Topologie,...).

(2) Algebra I+ II sowie Grundlagen der Darstellungstheorie sind Voraussetzung für viele weiterführende Lehrveranstaltungen und Abschlußarbeiten (Bachelor/Master/Promotion) im Bereich Algebra und Darstellungstheorie.

(3) Grundlagen der Darstellungstheorie ist Voraussetzung für fast alle Forschung am IAZ.

WS 23/24

Algebra

SS 24

Algebra II

WS 24/25

Grundlagen der  
Darstellungstheorie

SS 25

Bachelorarbeit  
BA oder BSc

## Zum Inhalt der Vorlesungen Algebra und Algebra II:

- ▶ **Algebra:** Im Mittelpunkt stehen Gruppen, Ringe und Körper, mit Anwendungen in Zahlentheorie und Kryptographie (Kunst der Verschlüsselung einer Botschaft) und auf klassische geometrische Probleme (– wie lässt sich ein beliebiger Winkel mit Zirkel und Lineal dreiteilen?).

# Zum Inhalt der Vorlesungen Algebra und Algebra II:

- ▶ **Algebra:** Im Mittelpunkt stehen Gruppen, Ringe und Körper, mit Anwendungen in Zahlentheorie und Kryptographie (Kunst der Verschlüsselung einer Botschaft) und auf klassische geometrische Probleme (– wie lässt sich ein beliebiger Winkel mit Zirkel und Lineal dreiteilen?).
- ▶ **Algebra II:** Präsentiert werden klassische Höhepunkte der Algebra:  
Galoisttheorie wurde aus der bisherigen Algebra in Algebra II verschoben, um den Zugang zu erleichtern. Zu den berühmten Anwendungen gehört die Auflösbarkeit von Polynomgleichungen durch Radikale, salopp gesagt, die Frage, wann sich für eine Polynomgleichung eine Lösungsformel angeben lässt.  
Moduln über Hauptidealringen mit Anwendungen in Algebra (Klassifikation der endlich erzeugten abelschen Gruppen) und in Linearer Algebra (rationale Normalform und Jordan-Normalform).  
Halbeinfache Algebren und Charaktere von endlichen Gruppen, mit Anwendungen in der Gruppentheorie.

# Zum Inhalt der Vorlesung Grundlagen der Darstellungstheorie:

- ▶ **Grundlagen der Darstellungstheorie:** beschäftigt sich mit algebraischen Strukturen, die zum Beispiel als Symmetrien in der Mathematik und den Naturwissenschaften auftreten. Diese Strukturen werden sowohl konkret und berechenbar gemacht als auch abstrakt verstanden und miteinander verbunden.

Wie wandelt man zum Beispiel ein Element einer abstrakten Gruppe in eine Matrix um, wie vergleicht man solche Darstellungen einer gegebenen Gruppe?

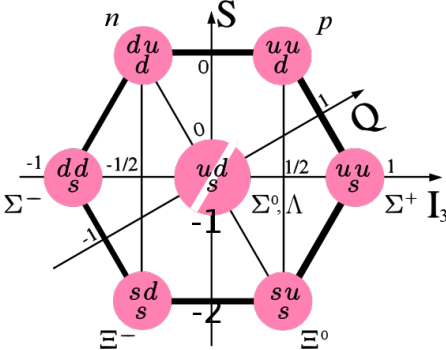
Darstellungstheorie hat viele Anwendungen. Konkrete Anwendungen etwa in Kodierungstheorie, Kryptographie, statistischer Mechanik oder Relativitätstheorie können im direkten Anschluß an die Vorlesung in Seminaren behandelt werden.

## Erstes Anwendungsbeispiel (Bewegungen eines Fulleren):



Anwendung des Satzes von Maschke. Siehe Algebra II und Grundlagen der Darstellungstheorie.

# Zweites Anwendungsbeispiel (Quarks - The eightfold way):



Darstellungen der Lie-Algebra  $sl(3, \mathbb{C})$ .

- ▶ Das IAZ bietet neben Algebra und Darstellungstheorie auch Lehrveranstaltungen in elementarer, algebraischer oder analytischer Zahlentheorie an (regelmässig, aber nicht jährlich). Algebra wird hierbei meistens vorausgesetzt. Bachelor- und auch Masterarbeiten in diesem Bereich können vergeben werden. In der Forschung wird dieses Gebiet in Stuttgart nicht vertreten.



- ▶ Das IAZ bietet neben Algebra und Darstellungstheorie auch Lehrveranstaltungen in elementarer, algebraischer oder analytischer Zahlentheorie an (regelmässig, aber nicht jährlich). Algebra wird hierbei meistens vorausgesetzt. Bachelor- und auch Masterarbeiten in diesem Bereich können vergeben werden. In der Forschung wird dieses Gebiet in Stuttgart nicht vertreten.
- ▶ Außerdem bietet das IAZ, auch gemeinsam mit anderen Instituten, weitere Lehrveranstaltungen an, unter anderem in kommutativer Algebra und algebraischer Geometrie und zu Lie-Algebren und Lie-Gruppen.

## Zusammenfassend und im weiteren Ausblick:

- ▶ **Grundlage:** Algebra ist Grundlage vieler anderer Vorlesungen, wie algebraische Zahlentheorie, algebraische Topologie, algebraische Geometrie. Darstellungstheorie ist Grundlage für fast alle Forschung am IAZ.

## Zusammenfassend und im weiteren Ausblick:

- ▶ **Grundlage:** Algebra ist Grundlage vieler anderer Vorlesungen, wie algebraische Zahlentheorie, algebraische Topologie, algebraische Geometrie. Darstellungstheorie ist Grundlage für fast alle Forschung am IAZ.
- ▶ **Nebenfach:** Eine Spezialisierung in Algebra und Darstellungstheorie passt zu allen in Stuttgart möglichen Nebenfächern.

## Zusammenfassend und im weiteren Ausblick:

- ▶ **Grundlage:** Algebra ist Grundlage vieler anderer Vorlesungen, wie algebraische Zahlentheorie, algebraische Topologie, algebraische Geometrie. Darstellungstheorie ist Grundlage für fast alle Forschung am IAZ.
- ▶ **Nebenfach:** Eine Spezialisierung in Algebra und Darstellungstheorie passt zu allen in Stuttgart möglichen Nebenfächern.
- ▶ **Fortführbarkeit in Stuttgart:** Die Profillinie Algebra und Darstellungstheorie bereitet auf beliebige Abschlussarbeiten vor und kann im Master (bzw. zur Promotion) fortgesetzt werden durch Vorlesungen über abstraktere oder konkretere Themen der Darstellungstheorie von Gruppen, Ringen oder Algebren - von Lie-Algebren über symmetrische Gruppen oder modulare Darstellungstheorie bis zu derivierten Kategorien.

## Zusammenfassend und im weiteren Ausblick:

- ▶ **Grundlage:** Algebra ist Grundlage vieler anderer Vorlesungen, wie algebraische Zahlentheorie, algebraische Topologie, algebraische Geometrie. Darstellungstheorie ist Grundlage für fast alle Forschung am IAZ.
- ▶ **Nebenfach:** Eine Spezialisierung in Algebra und Darstellungstheorie passt zu allen in Stuttgart möglichen Nebenfächern.
- ▶ **Fortführbarkeit in Stuttgart:** Die Profillinie Algebra und Darstellungstheorie bereitet auf beliebige Abschlussarbeiten vor und kann im Master (bzw. zur Promotion) fortgesetzt werden durch Vorlesungen über abstraktere oder konkretere Themen der Darstellungstheorie von Gruppen, Ringen oder Algebren - von Lie-Algebren über symmetrische Gruppen oder modulare Darstellungstheorie bis zu derivierten Kategorien.
- ▶ **Mathematische Vielfalt:** Die methodische Vielfalt der Darstellungstheorie reicht von Algebra über Geometrie und Analysis zu Kombinatorik bis zu Computeralgebra.

# Zusammenfassend und im weiteren Ausblick:

- ▶ **Grundlage:** Algebra ist Grundlage vieler anderer Vorlesungen, wie algebraische Zahlentheorie, algebraische Topologie, algebraische Geometrie. Darstellungstheorie ist Grundlage für fast alle Forschung am IAZ.
- ▶ **Nebenfach:** Eine Spezialisierung in Algebra und Darstellungstheorie passt zu allen in Stuttgart möglichen Nebenfächern.
- ▶ **Fortführbarkeit in Stuttgart:** Die Profillinie Algebra und Darstellungstheorie bereitet auf beliebige Abschlussarbeiten vor und kann im Master (bzw. zur Promotion) fortgesetzt werden durch Vorlesungen über abstraktere oder konkretere Themen der Darstellungstheorie von Gruppen, Ringen oder Algebren - von Lie-Algebren über symmetrische Gruppen oder modulare Darstellungstheorie bis zu derivierten Kategorien.
- ▶ **Mathematische Vielfalt:** Die methodische Vielfalt der Darstellungstheorie reicht von Algebra über Geometrie und Analysis zu Kombinatorik bis zu Computeralgebra.
- ▶ **Anwendbarkeit:** Algebra und Darstellungstheorie werden angewandt in vielen Gebieten der Mathematik, der mathematischen Physik, der Chemie, der Biologie, der Informatik...:

Zahlentheorie, Topologie, Differentialgeometrie, algebraische Geometrie, Kodierungstheorie, Kryptographie, Kombinatorik, Logik und

Modelltheorie, statistische Mechanik, Relativitätstheorie, Quantenphysik,...

# Lehrangebote im Jahr 2023/24:

## Wintersemester 2023/24:

- ▶ (**Algebra** (V4Ü2). Ab 3.Semester. Voraussetzung: LAAG 1 und LAAG 2. Zuständig: IDSR.)
- ▶ **Grundlagen der Darstellungstheorie** (V4Ü2). Ab 4. Sem. Voraussetzung: Algebra.
- ▶ **Hauptseminar Algebra**. Voraussetzung: Algebra II oder Grundl. Darstellungstheorie.
- ▶ **Mastervorlesung Higher structures in representation theory I** (V4Ü2).  
Voraussetzung: Algebra II oder Grundl. Darstellungstheorie.

## Sommersemester 2024:

- ▶ **Algebra II**. Ab 4.Semester. Voraussetzung: Algebra.  
Im BSc (V4Ü2, 9LP) bzw im Master Lehramt für 2/3 des Semesters (6LP).
- ▶ **Mastervorlesung Higher structures in representation theory II** (V4Ü2).
- ▶ **Masterseminar oder Lesekurs in Darstellungstheorie**.

**Weitere Veranstaltungen im Sommersemester 2024** werden noch angekündigt beziehungsweise auf Wunsch u.U. eingerichtet.