

Data: Gröbner Base $G := \{f_1, \dots, f_s\}$, Set $S := \{()\}$

Result: The set S of all points in $V(I)$

for $i \leftarrow 1$ to n do

 Let $G_i = \{g_{i,1}, \dots, g_{i,m}\} := G \cap \mathbb{K}[x_{n+1-i}, x_n]$;

 foreach $(i-1)$ -Tuple (a_{n+2-i}, \dots, a_n) in S do

 Let $\phi : \mathbb{K}[x_{n+1-i}, \dots, x_n] \rightarrow \mathbb{K}[y], f(x_{n+1-i}, \dots, x_n)$

 Calculate $g_i = \gcd(\phi(g_{i,1}), \dots, \phi(g_{i,m}))$, the gen

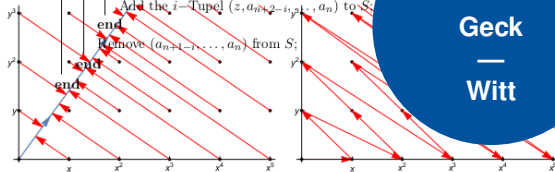
 foreach solution $z \in k$ of $g_i = 0$ do

 Add the i -Tupel $(z, a_{n+2-i}, \dots, a_n)$ to S ;

 end

 end

end



$$1 < x < y < x^2 < xy < y^2 < x^3 < x^2y < xy^2 < x^4 < y^3 < x^3y < x^2y^2 < x^5 < \dots$$

Eisermann

—
Geck

—
Witt

Gruppen, Algorithmen,
Geometrien &
Anwendungen

ab Sommersemester 19

Algorithmik und theoretische Mathematik

Neuer, zweisemestriger Zyklus für den B.Sc. bestehend aus den 9 LP Kernmodulen „**Gruppen, Algorithmen, Geometrien & Anwendungen A & B**“ sowie verkürzte 6 LP Variante für den Master Ed. Als Bachelorvertiefung auch in die alte PO 2011 oder in den M.Sc. importierbar.

- **Leitidee:** Zusammenspiel von Abstraktion (Algebra, Geometrie, Topologie, ...) und Algorithmik zur Lösung konkreter Probleme, zugleich fundamental und anwendungsbezogen, vorrangig exakte/symbolische Lösung.
- **Teil A:** Polynomringe, Geometrie und Algorithmen
Teil B: Gruppen, Geometrie und Algorithmen.
Inhaltlich unabhängig, aber komplementär.
- Ideale Vorbereitung für algebraische Geometrie, Topologie und Gruppentheorie.
- Ergänzt ebenfalls hervorragend Nebenfachvorlesungen aus der Informatik oder die Geometrie/Algebra für das Lehramt.

Gruppen, Algorithmen, Geometrien & Anwendungen A

Jeweils im Sommersemester, Start SoSe 19 (Witt)

Inhalt:

- Grundlagen der kommutativen Algebra (Polynomringe in mehreren Veränderlichen, Ideale, lokale Ringe, Module)
- Gröbner-Basen (Monomordnungen, Hilberts Basissatz, Buchberger-Algorithmus)
- Eliminationstheorie
- Einführung in die algebraische Geometrie (Hilberts Nullstellensatz, affine und projektive Varietäten, rationale Funktionen)
- Dimensionstheorie und Hilbertfunktionen

Gruppen, Algorithmen, Geometrien & Anwendungen B

Jeweils im Wintersemester, Start WiSe 19/20 (Geck)

Inhalt:

- Gruppen und deren algorithmische Behandlung (endlich erzeugte abelsche Gruppen, Permutationsgruppen und freie Gruppen)
- Gruppenwirkungen in Algebra und Geometrie (Symmetriegruppen im $\mathbb{R}^2/\mathbb{R}^3$ und reguläre Polyhedra, klassische Matrixgruppen und Bilinearformen)
- Einführung in die Charaktertheorie endlicher Gruppen
- Symmetrische Polynome und Invariantentheorie
- Anwendungen

Gruppen, Algorithmen, Geometrien & Anwendungen

Mögliche Anwendungsbeispiele

- CAD (z.B. Bézier-Kurven)
- Chemie (z.B. Energieniveau eines Fulleren-Moleküls)
- Diskrete Optimierung (z.B. Rucksackproblem)
- Geometrische Konfigurationen (z.B. Rubiks magic cube)
- Robotik (z.B. Konfigurationsraum der Bewegungen)

Aufbauende und ergänzende Vorlesungen Mathematik

Spezialisierung (M.Sc.)

**Geometrie
(Witt)**

**Topologie
(Eisermann)**

**Gruppen
(Geck)**

**Darstellungs-
theorie (IAZ)
Lie-Gruppen (IGT)**

Vertiefung (B.Sc.)

GAGA A

GAGA B

Grundlagen (B.Sc.)

Algebra

Topologie

Aufbauende und ergänzende Vorlesungen Informatik

Bachelormodule

- Theoretische Informatik 1-3

Mastermodule

- Diskrete Optimierung
- Algorithmische Geometrie
- Ausgewählte Kapitel der Algorithmik
- Konkrete Mathematik
- Algorithmische Gruppentheorie
- Graphentheorie
- Introduction to Modern Cryptography

siehe auch <http://www.fmi.uni-stuttgart.de/alg/teaching/other/>

Literatur

- A. Cohen, H. Cuypers und HŠterk, Hans (Edn.), *Some Tapas of Computer Algebra*, Springer
- D. Cox, J. Little and D O'Shea, *Ideals, Varieties, and. Algorithms. An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra*, Springer
- J. von zur Gathen und J. Gerhard, *Modern Computer Algebra*, Cambridge
- D. Holt, B. Eick und E. O'Brien, *Handbook of Computational Group Theory (Discrete Mathematics and Its Applications)*, Chapman & Hall

Die Titelseite wurde der von F. Witt betreuten Bachelorarbeit „Toric Ideals, Gröbner Bases and the Knapsack Problem“ von T. Stamm, Universität Stuttgart, entnommen.