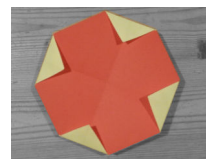
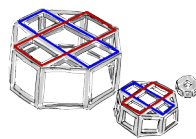


Die Rechnung fürs Achteck

Achtecke aus zwei Rechtecken

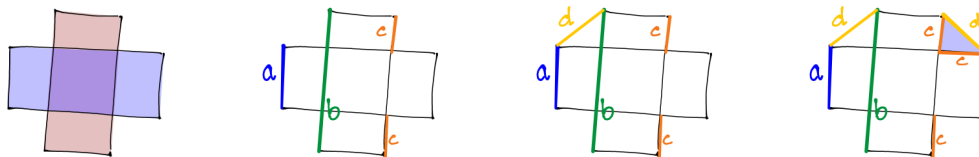
Auf dem Campus Vaihingen finden sich (im Kontext der „Lernstraße“) drei Modelle der achteckigen Hörsäle. Diese Achtecke sind intendiert als *regelmäßige* Achtecke, die sich durch Achtel-drehungen in sich überführen lassen.



Die Hörsaalmodelle der Lernstraße auf dem Campus Vaihingen (links) sehen nicht so aus, als wären sie wie bei unserer Faltkonstruktion oder der Konstruktion mit dem Zirkel entstanden. Eher scheint es, als hätte jemand zwei Rechtecke kreuzweise übereinander gelegt und die Ecken noch verbunden. Auch beim Endprodukt des Faltens (rechts) entsteht dieser Eindruck. Wir wollen überlegen, wie man das Seitenverhältnis der Rechtecke wählen muss, damit ein wirklich regelmäßiges Achteck entsteht.

Rechnen

Auch wenn wir annehmen, dass zwei gleiche Rechtecke sauber im rechten Winkel und zentriert aufeinander gelegt werden, wird so nur dann ein regelmäßiges Achteck entstehen, wenn die Abmessungen passen:



Die Kantenlängen bezeichnen wir mit a und b so, dass b größer als a ist. Wir nehmen eine Strecke der Länge a aus der der Länge b weg und erhalten zwei Überstände, jeweils von der Länge c ; es gilt dann $b = 2c + a$. Damit das Achteck regelmäßig wird, muss a übereinstimmen mit der Länge d der Hypotenuse des rechtwinklig gleichschenkligen Dreiecks mit Kathetenlänge c .

Nach Pythagoras gilt $d^2 = c^2 + c^2$ und dann also $a = d = \sqrt{2} c$.

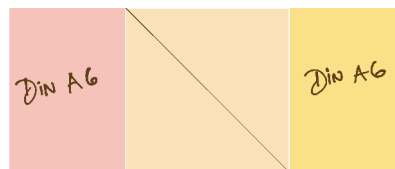
Weiter haben wir $b = 2c + a = (2 + \sqrt{2})c$.

Unsere Rechtecke brauchen also das Seitenverhältnis $b : a = (2 + \sqrt{2}) : \sqrt{2} = (\sqrt{2} + 1) : 1$.

DIN-Formate



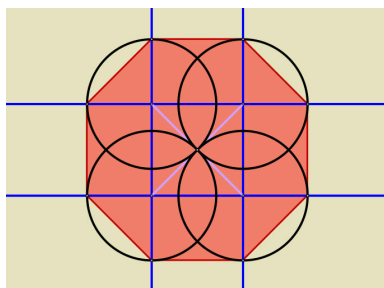
Die überstehenden Rechtecke haben das Seitenverhältnis $a : c = \sqrt{2} : 1$. Das ist das gleiche Verhältnis wie bei DIN A Formaten: Wir können passende Rechtecke für die Erzeugung eines regelmäßigen Achtecks deswegen zusammensetzen aus zwei Rechtecken des Formats DIN A6 (die wir aus einem Rechteck des Formats DIN A5 durch Halbierung erhalten) und dazu einem Quadrat der passenden Seitenlänge (das wir aus einem weiteren Rechteck des Formats DIN A5 erhalten, indem wir eine Ecke auf die gegenüber liegende Seite falten und das überstehende Rechteck abschneiden).



Wer möglichst wenig schneiden will, kann auch starten mit einem Blatt DIN A4, die 297 mm lange Seite behalten und die 210 mm lange auf 123 mm kappen: Es ist $297 : 123 \approx (\sqrt{2} + 1) : 1$.

Vorweg rechnen hilft beim Konstruieren

Das Wissen, dass die Seitenlänge des inneren Quadrats genau das $\sqrt{2}$ -fache der Länge der Überstände ist, kann man für eine einfache und schnelle Konstruktion mit dem Zirkel nutzen:



Wir starten mit zwei Parallelenpaaren im gleichen Abstand und senkrecht zu einander. Die Schnittpunkte ergeben das innere Quadrat, die Diagonalen dieses Quadrats sind nach Pythagoras $\sqrt{2}$ -mal so lang wie die Seiten.

Also steht die Seite zur Hälfte der Diagonalen im Verhältnis $\sqrt{2} : 1$. Wenn wir um jede Ecke einen Kreis durch den Mittelpunkt des Quadrats schlagen, schneiden diese Kreise unsere Ausgangsgeraden in den Ecken eines regelmäßigen Achtecks.

Mehr?

Die Seite zum Kunstobjekt „Hörsaalobjekte und Sternstück“:

<https://opencms.uni-stuttgart.de/fak8/fakultaet/formen-und-kraefte/hoersaalobjekte-und-sternstueck/>



Das Dokument zur Faltkonstruktion oder der Konstruktion mit dem Zirkel:

<https://pnp.mathematik.uni-stuttgart.de/lexmath/Stropper/CampusKunst/achtecke-basteln-compressed.pdf>

