Universität Stuttgart

Beispielaufgabe zur Studienwahl

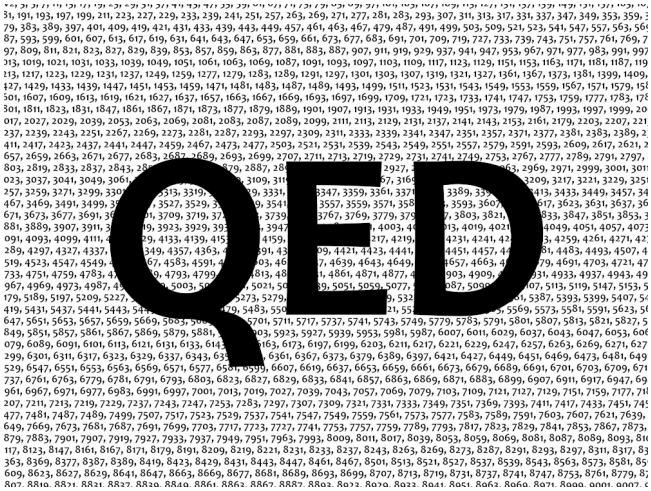
Wissenschaftlich geprüft: ein kleiner Beweis

© Michael Eisermann, Friederike Stoll

Im Mathematikstudium werden Sie viele schöne und lehrreiche Beweise kennen lernen und auch selbst ausführen. Als kleinen Vorgeschmack beweisen wir einen Satz aus der Schulmathematik:

Es gibt unendlich viele Primzahlen.

Bringen Sie dazu die folgenden Beweisschnipsel in die richtige Ordnung. Die üblichen Regeln zur Teilbarkeit ganzer Zahlen werden vorausgesetzt, ebenso die Tatsache, dass jede natürliche Zahl ≥ 1 ein Produkt von Primzahlen ist.



	Position
Es gilt $p_i \neq q_j$ für alle (i, j). Andernfalls teilte nämlich $p_i = q_j$ sowohl p als auch $q = p + 1$, also auch die Differenz $q - p = 1$, und wir hätten $p_i = q_j = 1$.	☐
Daraus folgt der Satz: Es gibt unendlich viele Primzahlen.	☐
Also können wir zu den gegebenen Primzahlen $p_1, p_2, \ldots, p_n$ noch weitere, davon verschiedene Primzahlen $q_1, q_2, \ldots, q_m$ konstruieren.	☐
Zu gegebenen Primzahlen $p_1, p_2, \ldots, p_n \geq 2$ konstruieren wir mindestens eine weitere Primzahl.	☐
Wir führen einen konstruktiven Beweis:	☐
Wir zerlegen $q = q_1 \cdot q_2 \cdots q_m$ in ein Produkt von Primzahlen $q_1, q_2, \ldots, q_m \geq 2$; wegen $q \geq 2$ gilt $m \geq 1$.	☐
Wir betrachten das Produkt $p = p_1 \cdot p_2 \cdots p_n \geq 1$ und $q = p + 1 \geq 2$.	☐

mathematik
fakultät8