

Rekursion und Prüfwziffer: Rechnen mit Resten

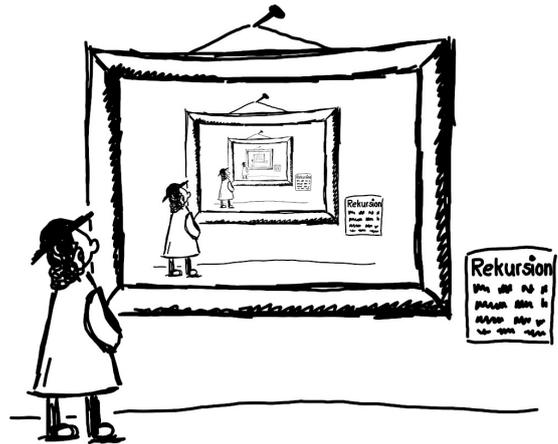
© Michael Eisermann, Friederike Stoll

Wir definieren die Folge f_0, f_1, f_2, \dots ganzer Zahlen durch ihre Startwerte $f_0 = 0$ und $f_1 = 2$ sowie die rekursive Vorschrift $f_n = 3f_{n-1} - f_{n-2}$ für alle $n \geq 2$.

Berechnen Sie die ersten sechs Folgenterme:

$$f_0 = \boxed{} \quad f_1 = \boxed{} \quad f_2 = \boxed{}$$

$$f_3 = \boxed{} \quad f_4 = \boxed{} \quad f_5 = \boxed{}$$



Berechnen Sie die letzte Dezimalziffer z_n von f_n :

$$z_0 = \boxed{} \quad z_1 = \boxed{} \quad z_2 = \boxed{} \quad z_3 = \boxed{} \quad z_4 = \boxed{} \quad z_5 = \boxed{}$$

$$z_6 = \boxed{} \quad z_7 = \boxed{} \quad z_8 = \boxed{} \quad z_9 = \boxed{} \quad z_{10} = \boxed{} \quad z_{11} = \boxed{}$$

Das Programm `rechneronline.de/summe/rekursion.php` behauptet $f_{39} = 17888788647582926$. Ist das korrekt?

- Ja, weil ich es nachgerechnet habe.
- Ja, weil die erste Ziffer richtig ist.
- Ja, weil die letzte Ziffer richtig ist.
- Nein, weil die erste Ziffer falsch ist.
- Nein, weil die letzte Ziffer falsch ist.
- Nein, weil diese Zahl keine Primzahl ist.

Bestimmen Sie die letzte Ziffer von f_p für $p = 12345678$:

$$z_p = \boxed{}$$

Bestimmen Sie die letzte Ziffer von f_q für $q = 3^{3^3}$:

$$z_q = \boxed{}$$