



## Zur Definition der Subjunktion bzw. Implikation

Vorbemerkung: In diesem Text wird nicht zwischen Implikation und Subjunktion unterschieden. Die Implikation wird als Verknüpfung von Aussagen bzw. Aussageformen (Aussagen die eine Variable enthalten) angesehen, die wahr oder falsch sein kann.

Für Schülerinnen und Schüler, aber auch für Studierende, ist es oft schwierig, einzusehen, warum die Implikation  $p \Rightarrow q$  auch wahr ist, wenn  $p$  falsch ist und  $q$  wahr oder falsch ist.

Hier zwei umgangssprachliche Sätze zur Verdeutlichung:

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
$w$	$w$	$w$
$w$	$f$	$f$
$f$	$w$	$w$
$f$	$f$	$w$

Problemzone

- Wenn es regnet, dann sind die Straßen nass. (Ich kenne dieses Beispiel von Prof. Dr. Burkhard Kümmerer.)  
 Diese Implikation "Es regnet  $\Rightarrow$  Die Straßen sind nass" wird jeder für wahr halten, egal, ob es gerade regnet oder nicht. Und wenn es nicht regnet, ist es egal, ob die Straßen trocken oder (vielleicht vom Regen davor noch) nass sind, die Schlussfolgerung bleibt wahr.
 

$\underbrace{\hspace{10em}}_p \Rightarrow \underbrace{\hspace{10em}}_q$
- Grundvoraussetzung: Wir sind in Deutschland.  
 Wenn es Mitternacht ist, dann ist die Sonne nicht am Himmel zu sehen.  
 Dieser Satz bleibt wahr, auch wenn es gerade 12.00 oder 23.00 Uhr ist.

Wichtig ist die Implikation für mathematische Aussageformen oder Beweise. Ich denke, der Wahrheitswert der Implikation wurde so festgelegt, wie es praktisch ist. Hier noch zwei mathematische Beispiele:

- Für  $x \in \mathbb{R}$  (Grundvoraussetzung) gilt:  $x < 4 \Rightarrow x < 6$ .  
 Hier kann man nun verschiedene  $x$ -Werten einsetzen und erhält alle  $w$ - $f$ -Kombinationen, für die  $p \Rightarrow q$  wahr ist.  
 Ein wichtiger Aspekt ist noch: Die Werte  $x = 5$  oder  $x = 7$  liefern kein Gegenargument, um die Wahrheit der Aussage zu widerlegen.
- Die Implikation  $x < 6 \Rightarrow x < 4$  ist falsch. Als Gegenargument können nur  $x$ -Werte mit  $4 \leq x < 6$  verwendet werden. Das Einsetzen von  $x = 3$  oder  $x = 7$  widerlegt die Aussage nicht.