



Universität Stuttgart

Tag der Mathematik

Kryptographie

Tara Wagner, Mira Gerstner und Dominik Schwenk



🔒 Nachrichten, die du in diesem Chat sendest, sowie Anrufe, sind jetzt mit Ende-zu-Ende-Verschlüsselung geschützt. [Tippe für mehr Infos.](#)

WAS IST KRYPTOGRAPHIE?



griechisch



**verborgen +
schreiben**



An illustration of two people walking through a forest. The person on the left has short blonde hair, wears glasses, a dark jacket, and light-colored pants, and carries a yellow shoulder bag. The person on the right has short dark hair and wears a dark long-sleeved shirt and dark pants. They are walking towards the right. The forest background features tall, thin trees with green foliage and large, stylized white flowers.

Sicher Kommunizieren einfach erklärt

STEGANOGRAPHIE

- Übermittlung geheimer Nachrichten, bei der verborgen bleibt, dass überhaupt eine Botschaft existiert
- Bsp. 1: Wachsbällchen
- Bsp. 2: Nachricht auf Kopfhaut einbrennen
- Bsp. 3: Thithymalus-Pflanze
- **Problem:** Möglichkeit zur Offenlegung der geheimen Nachricht
→ Kryptographie entsteht



SKYTALE-CHIFFRIERUNG (500 v. Chr.)



Sparta

SKYTALE-CHIFFRIERUNG (500 v.Chr.)



SKYTALE-CHIFFRIERUNG (500 v.Chr.)

Umordnung:

Angriff im Morgengrauen

SKYTALE-CHIFFRIERUNG (500 v.Chr.)

Umordnung:

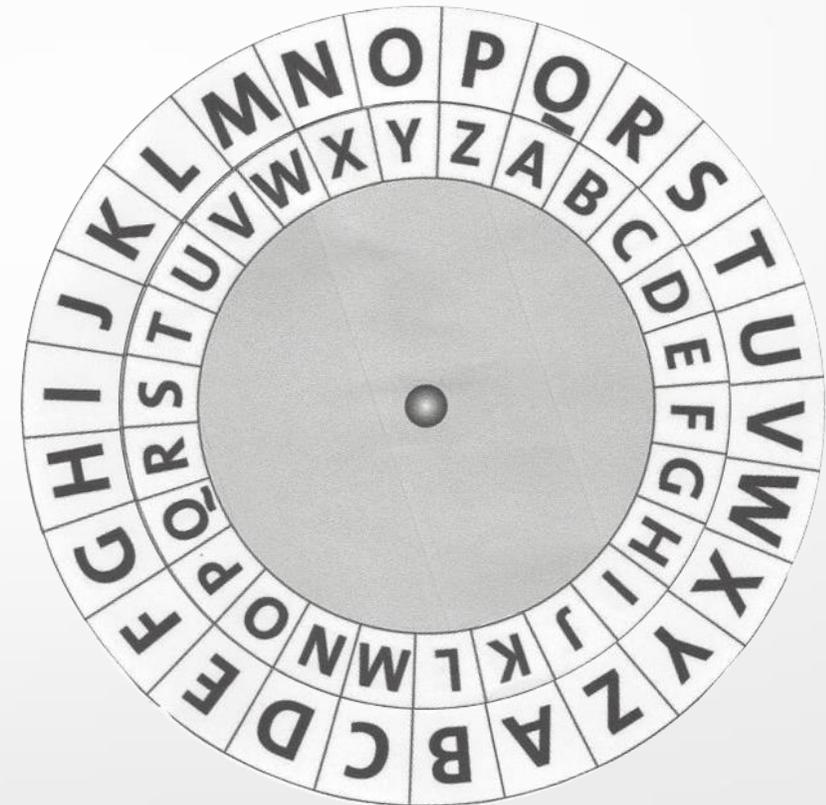
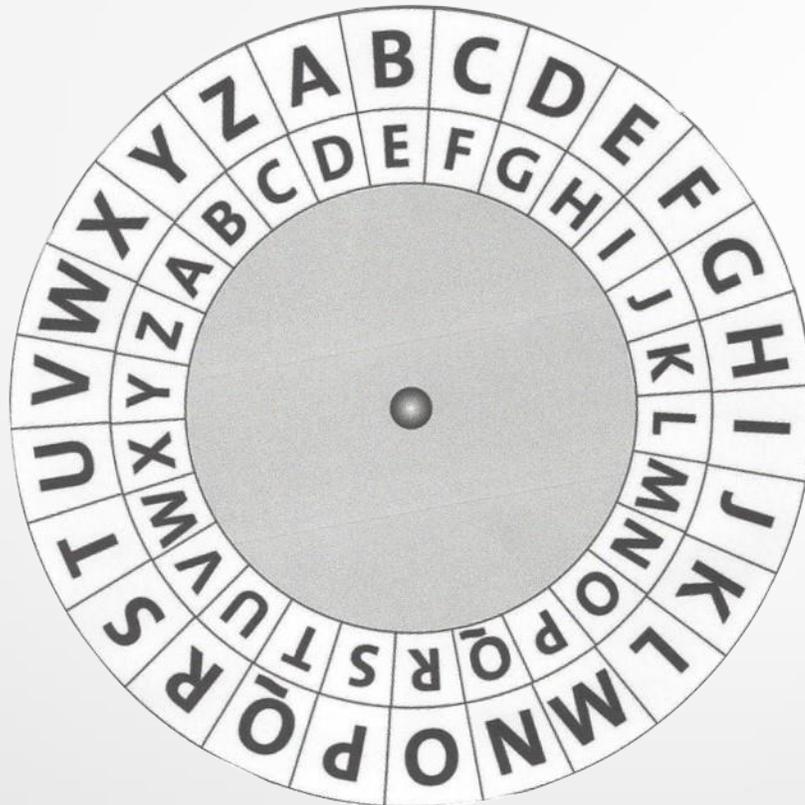
Aforn ragigurmeei nnfMg

CAESAR-VERSCHLÜSSELUNG (60 v. Chr.)



Rom

CAESAR-VERSCHLÜSSELUNG (60 v. Chr.)



➤ 25 Möglichkeiten

BELIEBIGES UMSORTIEREN

Ausgangs- Alphabet

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

Umgeordnetes Alphabet

C O E Z R H D J A T K X M G F N P S U B V Q W L Y I

- $26! = 403.291.461.126.605.635.584.000.000$ Möglichkeiten
- Ausprobieren dauert zu lange!

DIE ENTSCHLÜSSELUNG EINES GEHEIMTEXTES

PR ISRSQ YSPUD SYOCREBS GPS NFRZB GSY NCYBVEYCWDP
SPRSZVOUDS HVOONVQQRDSPB, GCZZ GPS NCYBS SPRSY
SPRMPEER WYVHPRM GSR YCFQ SPRSY ECRMSR ZBCGB SPRRCDO
FRG GPS NCYBS GSZ YSPUDZ GSR SPRSY WYVHPRM. QPB GSY
MSPB ASTYPSGPERSR GPSZS FSASYQCSZZPE EYVZZSR NCYBSR
RPUDB OCSRESY, FRG QCR SYZBSOBS SPRS NCYBS GSZ
YSPUDZ, GPS ESRCE GPS EYVSZZS GSZ YSPUDZ DCBBS.

Problem:



???

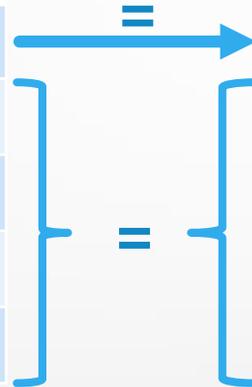
HÄUFIGKEITSVERTEILUNG DER BUCHSTABEN DES DEUTSCHEN ALPHABETS



DIE ENTSCHLÜSSELUNG EINES GEHEIMTEXTES

Buchstaben aus dem Klartext

Buchstabe	Häufigkeit in %
e	17,40
n	9,78
i	7,55
s	7,27
r	7,00

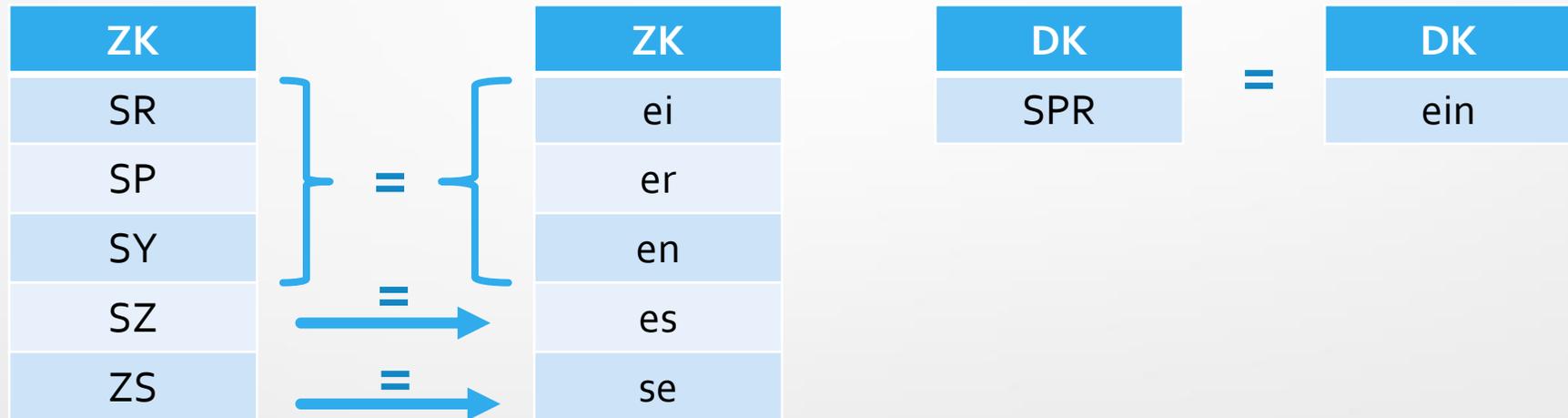


Buchstaben aus dem Geheimtext

Buchstabe	Häufigkeit in %
S	20,4
R	9,7
P	9,1
Y	8,8
Z	7,3

DIE ENTSCHLÜSSELUNG EINES GEHEIMTEXTES

- $S = e$
- Häufigkeitsanalyse verfeinern: Zweier- und Dreierkombinationen (ZK und DK)

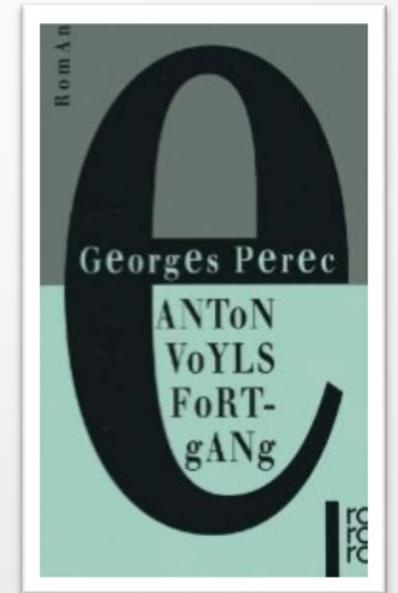


DIE ENTSCHLÜSSELUNG EINES GEHEIMTEXTES

Klartext	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
Geheimtext	C	A	U	G	S	T	E	D	P	I	N	O	Q	R	V	W	X	Y	Z	B	F	H	J	K	L	M

HÄUFIGKEITSANALYSE

- Antons Puls schlug zu stark. Ihm war warm. Anton macht das Wandloch mit Glas davor auf und schaut durch Nacht und Wind zum Mond hinauf. Warm wars, doch nicht zu warm. Vom Vorort drang kaum hörbar Lärm zu ihm rauf.
- „La Disparition“ (1969), George Perec
- „Anton Voyls Fortgang“ (1986), Eugen Helmlé



Bildquelle: amazon.de



DAS BABINGTON-KOMPLOTT

- Renaissance in Europa
- Kryptographie gewinnt an Bedeutung

DAS BABINGTON-KOMPLOTT



Chiffrierscheibe

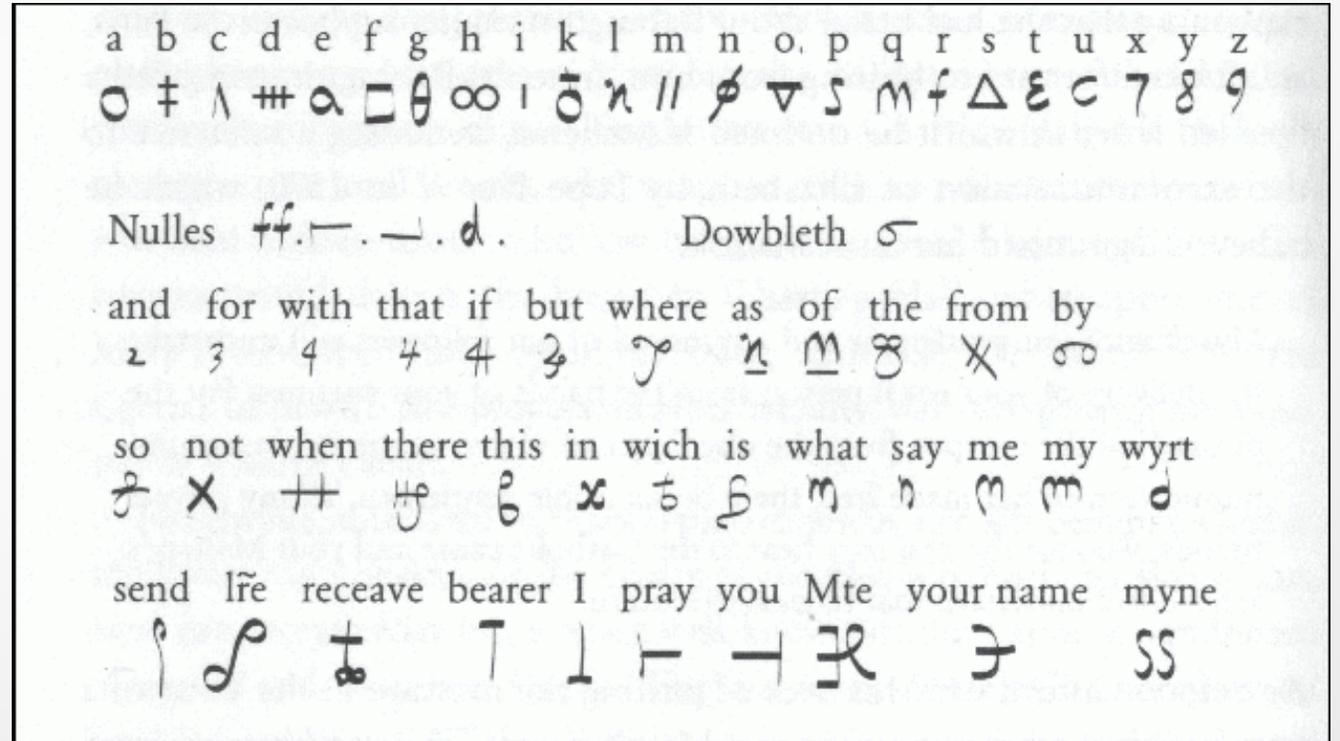
- Renaissance in Europa
- Kryptographie gewinnt an Bedeutung
- Verschlüsselung über ein Geheimalphabet stößt an ihre Grenzen

DAS BABINGTON-KOMPLOTT



Maria Stuart (1542-1587), Königin von Schottland

DAS BABINGTON-KOMPLOTT



Maria Stuart (1542-1587), Königin von Schottland, und ihre Geheimschrift

DAS BABINGTON-KOMPLOTT



Maria Stuarts Hinrichtung

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG (16. Jh.)



Blaise de Vigenère
(1523-1596)

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG (16. Jh.)

Formatierter Klartext:

Am Anfang schuf Gott Himmel und Erde.
Und die Erde war wüst und leer, und es
war finster auf der Tiefe; und der
Geist Gottes schwebte auf dem Wasser.
Und Gott sprach: Es werde Licht! Und es
ward Licht. Und Gott sah, dass das
Licht gut war. Da schied Gott das Licht
von der Finsternis und nannte ...

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG (16. Jh.)

Unformatierter Klartext:

amanfangschufgotthimmelunderdeunddieerd
ewarwuestundleerundeswarfinsteraufderti
efeunddergeistgottesschwebteaufdemwasse
rundgottspracheswerdelichtundeswardlich
tundgottsahdassdaslichtgutwardaschiedgo
ttaslichtvonderfinsternisundnanntedasl
ichttagunddiefinsternisnachtsdawardausab
endundmorgenderererstetag

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG (16. Jh.)

Klartext: amanfangschufgotthimmelunderde

Schlüssel: KRYPTKRYPTKRYPTKRYPTKRYPTKRYPT

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG (16. Jh.)

Klartext:	t	e	x	t
Schlüssel:	Z	Y	A	N
	+25	+24	+0	+13
Geheimtext:	S	C	X	G

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG (16. Jh.)

Klartext: amanfangschufgotthimmelunderde

Schlüssel: KRYPTKRYPTKRYPTKRYPTKRYPTKRYPT

Geheimtext: KDYCYKEEHVRLDVHDKFXFWVJJGNVPSX

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG (16. Jh.)

Geheimtext:

KDYCYKEEHVRLDVHDKFXFWVJJGNVPSXEEBSBOVPS
XGRPLNOJRJGNCCTKEEBTLGRPUBXJRTKKLDSXBKG
TYOLLSWOIETBCKEDMDVQHVRNCQMORSUWODUPLCV
PJGNXMIMCGPPVRVQLXBUCABMYRJGNVQLTBUJXVR
KSCWQFRILKYBPLCUYHESTFIZEKUPKNRQRASVBVH
DKBPLVZAWMFFLSXBWGCLDVPCBCLLSGKELIXNRQA
BMYRITQLLSWSVDXGCKCGGSJLPVRKBPPKIBPNCRZ
TGNLLSFYIETGNVPTKCKCITQ

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG (16. Jh.)

Häufigkeitsverteilung (Deutsch):

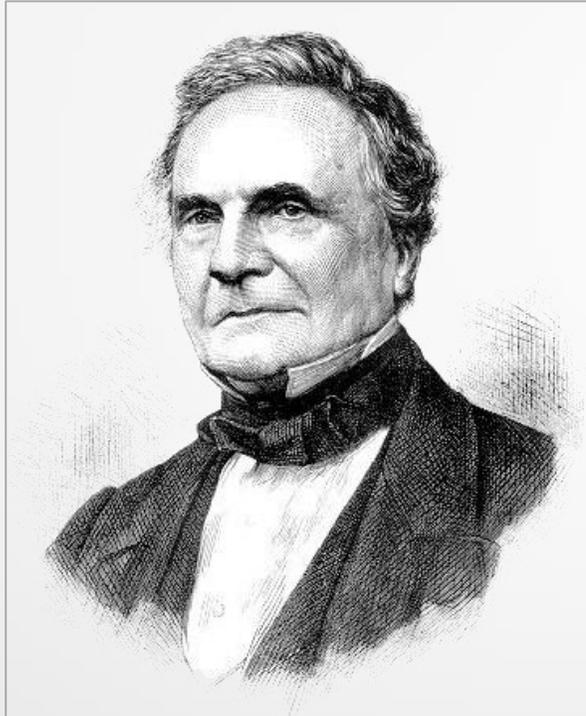


VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG (16. Jh.)

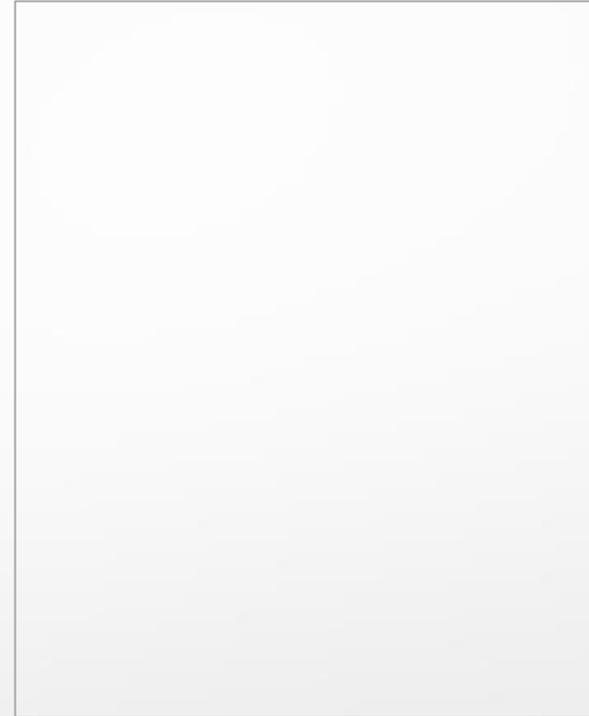
Häufigkeitsverteilung (Geheimtext):



VIGENÈRE-ENTSCHLÜSSELUNG



Charles Babbage
(1791-1871)



Friedrich Wilhelm Kasiski
(1805-1881)

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN

TLD

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN



SNQ

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN

UAC

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN

HMB

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN

TLD

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN

SNQ

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN

UAC

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN

HMB

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN

TLD

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN

SNQ

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN

UAC

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN



HMB

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN

TLD

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN



TLD

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN



TLD

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

und

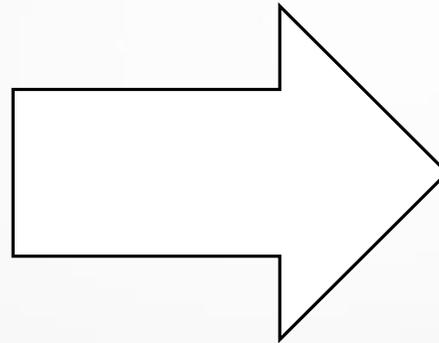
ZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYANZYAN



TLD

VIGENÈRE-ENTSCHLÜSSELUNG

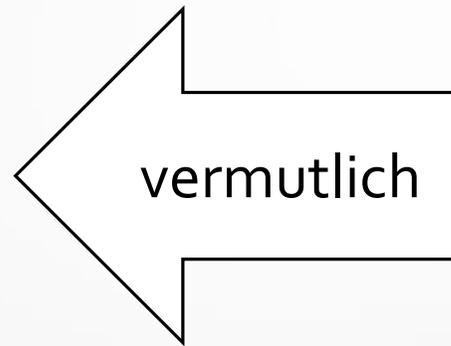
Textbaustein um
**Vielfaches der
Schlüssellänge**
verschoben



Textbaustein
identisch
verschlüsselt

VIGENÈRE-ENTSCHLÜSSELUNG

Textbaustein um
**Vielfaches der
Schlüssellänge**
verschoben



Textbaustein
identisch
verschlüsselt

VIGENÈRE-ENTSCHLÜSSELUNG

Geheimtext:

KDYCYKEEHVRLDVHDKFXFWVJJGNVPSXEEBSBOVPS
XGRPLNOJRJGNCCTKEEBTLGRPUBXJRTKKLDSXBKG
TYOLLSWOIETBCKEDMDVQHVRNCQMORSUWODUPLCV
PJGNXMIMCGPPVRVQLXBUCABMYRJGNVQLTBUJXVR
KSCWQFRILKYBPLCUYHESTFIZEKUPKNRQRASVBVH
DKBPLVZAWMFFLSXBWGCLDVPCBCLLSGKELIXNRQA
BMYRITQLLSWSVDXGCKCGGSJLPVRKBPPKIBPNCRZ
TGNLLSFYIETGNVPTKCKCITQ

VIGENÈRE-ENTSCHLÜSSELUNG

Geheimtext:

KDYCYKEEHVRLDVHDKFXFWVJ **JGN**VPSXEEBSBOVPS
X**GRP**LNOJR **JGN**CCTKEEBTL **GRP**PUBXJRTKKLDSXBKG
TYO**LLS**WOIETBCKEDMDVQHVRNCQMORSUWODUPLCV
P **JGN**XMIMCGPPVRVQLXBUCABMYR **JGN**VQLTBUJXVR
KSCWQFRILKYBPLCUYHESTFIZEKUPKNRQRASVBVH
DKBPLVZAWMFFLSXBWGCLDVPCBC**LLS**GKELIXNRQA
BMYR **ITQ****LLS**WSVDXGCKCGGSJLPVRKBPPKIBPNCRZ
TGN**LLS**FYIETGNVPTKCKC **ITQ**

VIGENÈRE-ENTSCHLÜSSELUNG

Zähle Abstände:

0 1 2 3 4 5 ..
KDYCYKEEHVRLDVHDKFXFWVJ **JGN** VPSX

..... 23 24 25
EEBSBOVPSX **GR** PLNOJR **JGN** CCTKEEBT...

VIGENÈRE-ENTSCHLÜSSELUNG

Abstände häufig auftretender Buchstabenfolgen:

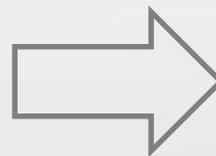
JGN: 25, 70, 25

GRP: 20

LLS: 140, 20, 35

ITQ: 60

durch **5** teilbar



Vermutung:
Schlüssel hat Länge **5**

VIGENÈRE-ENTSCHLÜSSELUNG

Geheimtext:

KDYCYKEEHVRLDVHDKFXFWVJJGNVPSXEEBSBOVPS
XGRPLNOJRJGNCCTKEEBTLGRPUBXJRTRKKLDSXBKG
TYOLLSWOIETBCKEDMDVQHVRNCQMORSUWODUPLCV
PJGNXMIMCGPPVRVQLXBUCABMYRJG...

VIGENÈRE-ENTSCHLÜSSELUNG

Geheimtext:

KDYCY KEEHV RLDVH DKFXF WVJJG NVPSX
EEBSB OVPSX GRPLN OJRJG NCCTK EEBTL
GRPUB XJRTK KLDSX BKGTY OLLSW OIETB
CKEDM DVQHV RNCQM ORSUW ODUPL CVPJG
NXMIM CGPPV RVQLX BUCAB MYRJG ...

VIGENÈRE-ENTSCHLÜSSELUNG

Geheimtext:

KDYCY KEEHV RLDVH DKFXF WVJJG NVPSX
EEBSB OVPSX GRPLN OJRJG NCCTK EEBTL
GRPUB XJRTK KLDSX BKGTY OLLSW OIETB
CKEDM DVQHV RNCQM ORSUW ODUPL CVPJG
NXMIM CGPPV RVQLX BUCAB MYRJG ...

Caesar-Verschlüsselung



Häufigkeitsanalyse



Vermutung:

K erster Schlüsselbuchstabe

VIGENÈRE-ENTSCHLÜSSELUNG

Geheimtext:

KDYCY KEEHV RLDVH DKFXF WVJJG NVPSX
EEBSB OVPSX GRPLN OJRJG NCCTK EEBTL
GRPUB XJRTK KLDSX BKGTY OLLSW OIETB
CKEDM DVQHV RNCQM ORSUW ODUPL CVPJG
NXMIM CGPPV RVQLX BUCAB MYRJG ...

Caesar-Verschlüsselung



Häufigkeitsanalyse



Vermutung:

R zweiter Schlüsselbuchstabe

VIGENÈRE-ENTSCHLÜSSELUNG

Geheimtext:

KDYCY KEEHV RLDVH DKFXF WVJJG NVPSX
EEBSB OVPSX GRPLN OJRJG NCCTK EEBTL
GRPUB XJRTK KLDSX BKGTY OLLSW OIETB
CKEDM DVQHV RNCQM ORSUW ODUPL CVPJG
NXMIM CGPPV RVQLX BUCAB MYRJG ...

Caesar-Verschlüsselung



Häufigkeitsanalyse



Vermutung:

Y dritter Schlüsselbuchstabe

VIGENÈRE-VERSCHLÜSSELUNG

Geheimtext: KDYCY KEEHV RLDVH DKFXF WV

Schlüssel: KRYPT KRYPT KRYPT KRYPT KR



Klartext: amanf angsc hufgo tthim me

ONE-TIME-PAD

- Schlüssellänge \geq Textlänge
- Unknackbar ohne Schlüsselkenntnis
- Anwendung: Heißer Draht
- Nachteil: Schlüssellänge



Eine Festplatte verschlüsseln?

MASCHINELLE KRYPTOGRAPHIE - ENIGMA

Vorteil: Schnelle Ver- und Entschlüsselung
mit hoher Sicherheit

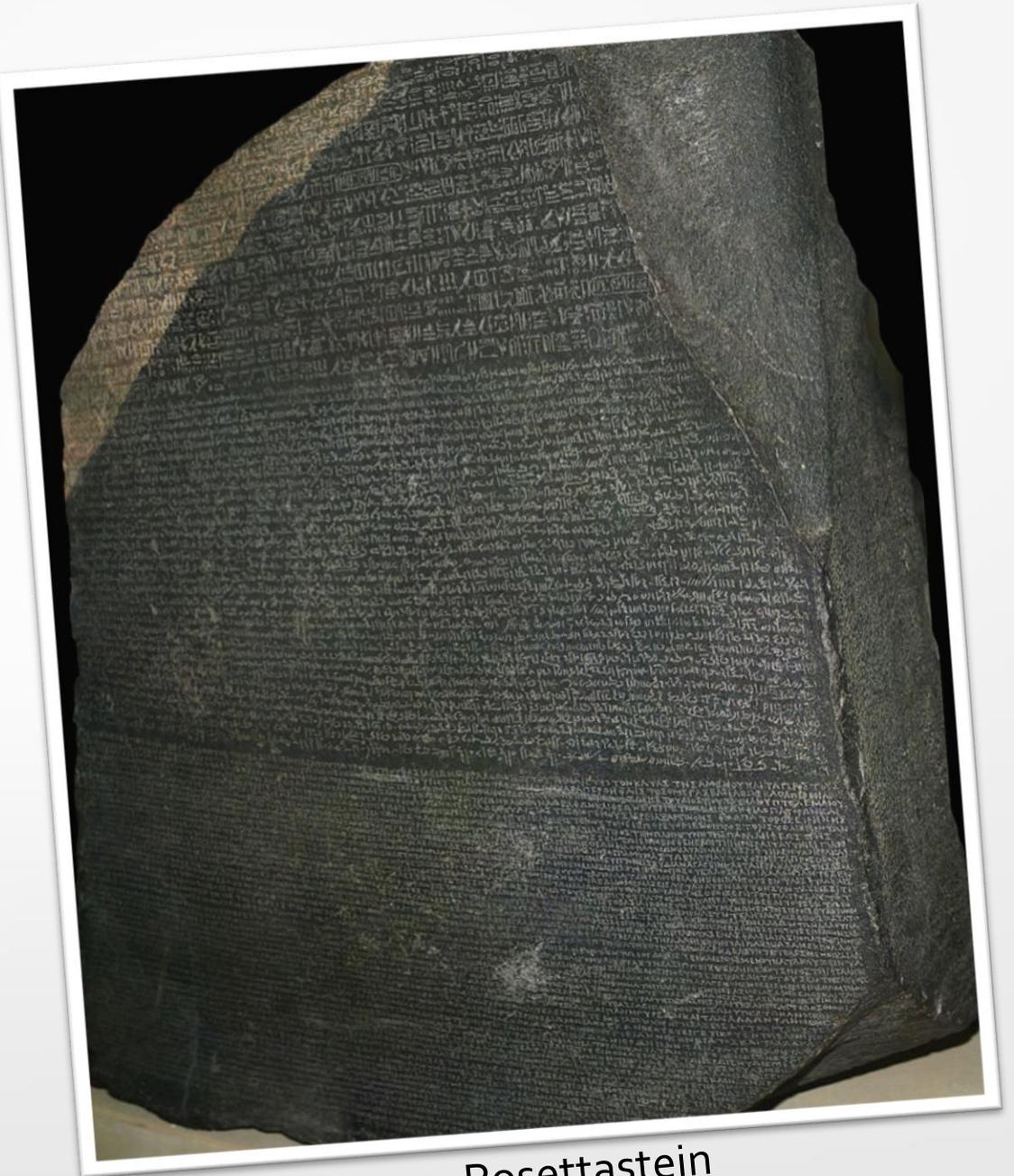
Knacken:

- „Security by Obscurity“ funktioniert nicht
- Berechenbare Funksprüche
- nur durch eine andere Maschine möglich
(Turing- Bombe)



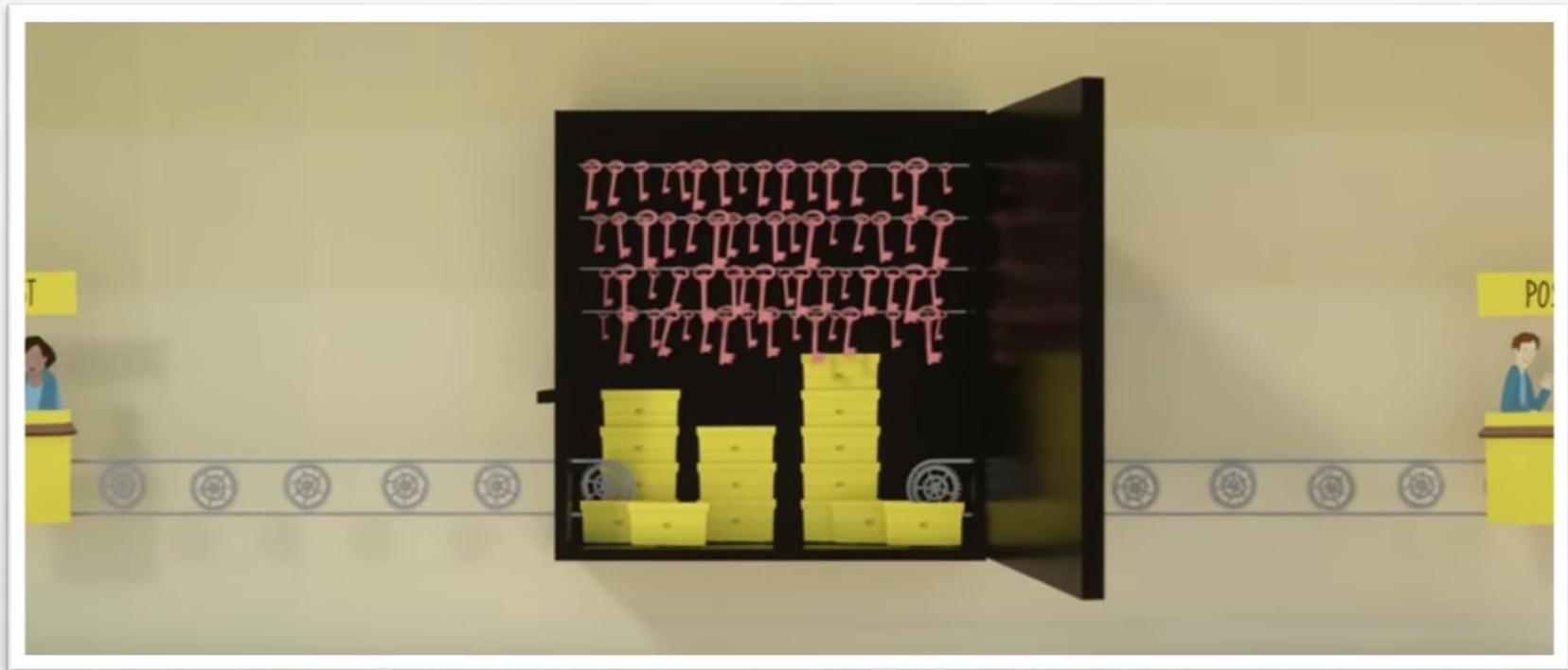
NAVAJO-CODESPRE

- Pazifikkrieg 1942:
Amerika vs. Japan
- Navajos:
Amerikanische
Ureinwohner,
Verschlüsselung wurde
nie geknackt
- Parallele: Hieroglyphen



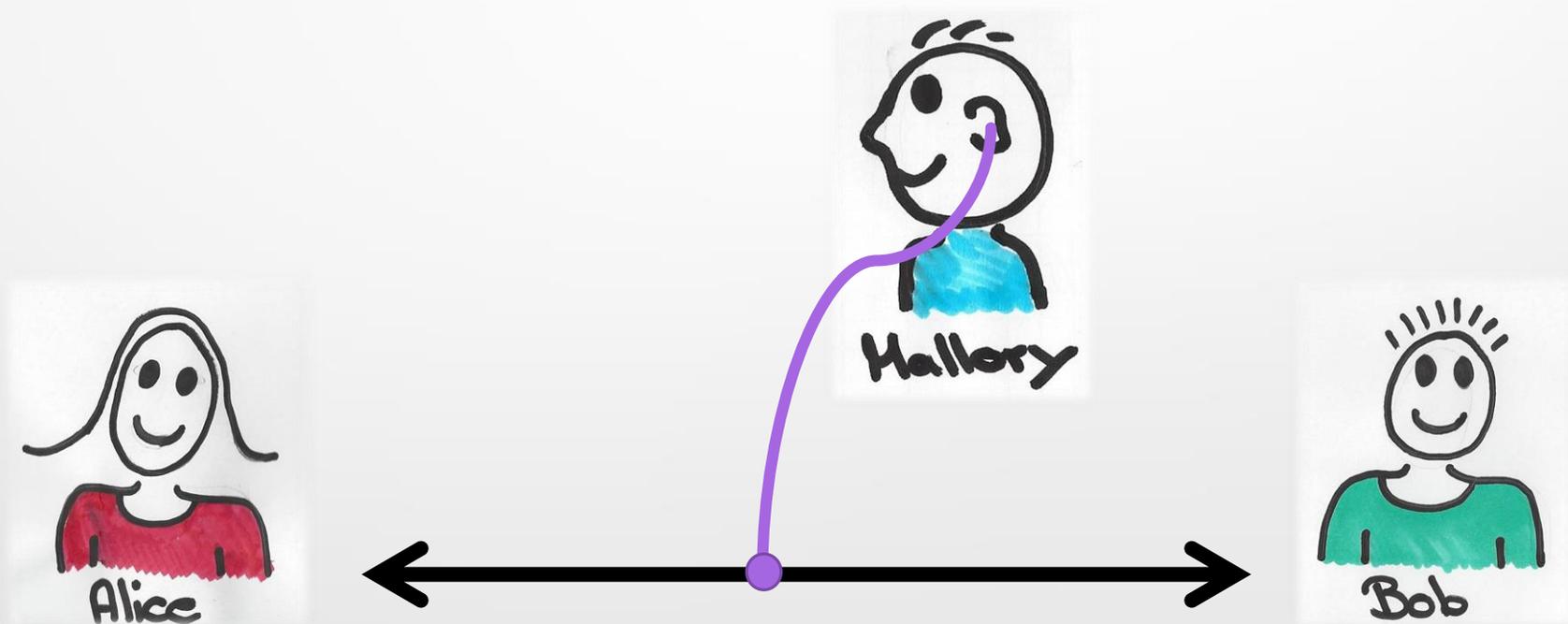
Rosettastein

Bis jetzt: Vorangegangener Schlüsselaustausch nötig!
Wenn Schlüssel bekannt, dann Nachricht bekannt!

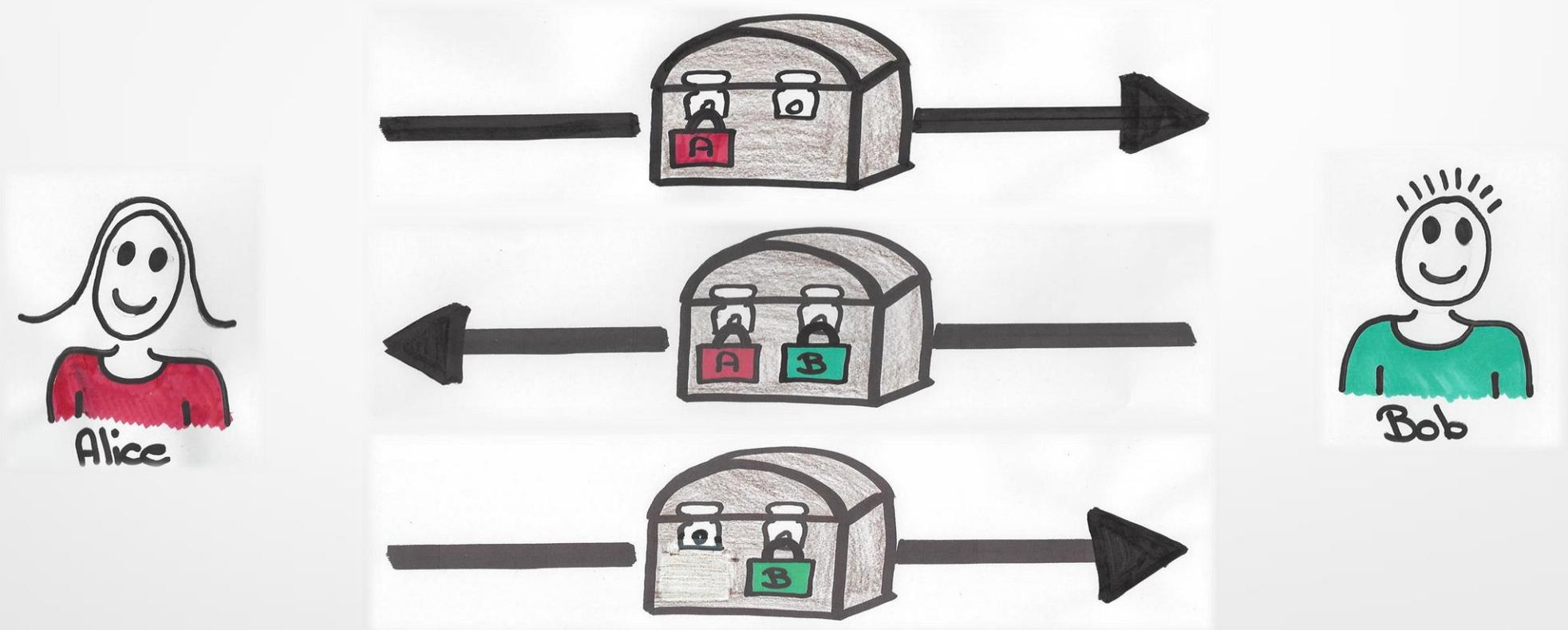


ALLGEMEINES MODELL

- Alice und Bob tauschen über einen Kanal Daten aus
- **Entscheidend:** Möglichkeit übertragene Daten abzufangen



VERSCHLÜSSELTE KOMMUNIKATION OHNE SCHLÜSSELAUSTAUSCH?



Diffie- Hellmann- Verfahren

ASYMMETRISCHE VERSCHLÜSSELUNG



Rivest-Shamir-Adleman-Verfahren



ZIELE DER KRYPTOGRAPHIE

- **Verschlüsselung von Informationen**
- **Vertraulichkeit:** soziale Medien, Patienteninformationen
- **Identität und Authentizität:** Dienstplan Fluggesellschaft
- **Schutz vor Manipulation:** Online-Banking
- **Zurechenbarkeit:** Vertrag im Internet



WIE GEHT ES WEITER?

In der Kryptographie...

- Mathematische Verfahren wurden immer bedeutsamer
- Suche nach einem grundsätzlichen Verfahren geht weiter

Bei uns...

- Workshop
„RSA- Sicherheit durch Primzahlen“

QUELLEN, LITERATUR UND LINKS

- Bücher: - Simon Singh, Codes
 - Simon Singh, Geheime Botschaften
 - Klaus Schmeh, Nicht zu Knacken
 - Dominik Landwehr, Mythos Enigma
- Film: The Imitation Game
- Vigènere online ausprobieren:
<https://gc.de/gc/vigenere/>
- Häufigkeitsanalyse:
<https://gc.de/gc/buchstabenhaeufigkeit/>

Vielen Dank für Eure Aufmerksamkeit!