

Universität Stuttgart

TEAM:

Schülerwettbewerb Mathe und Physik 2025

- Es gibt drei Aufgaben.
- Die Teilnehmer eines Teams sollten untereinander die Aufgaben so verteilen, dass jeder sinnvoll beteiligt ist. Optimal ist alle Aufgaben gemeinsam zu lösen.
- Es werden Lösungswege korrigiert. Endergebnisse allein zählen nicht:

Der Weg ist das Ziel.

Lösungen können in Deutsch oder in Englisch eingereicht werden.

- Es wird pro Team genau eine Lösung eingereicht. Ein Nachreichen einzelner Teillösungen ist nicht erlaubt, die zuerst eingegangene Lösung zählt als Lösung für alle Aufgaben.
- Hilfsmittel:
Erlaubt ist alles; wir können ohnehin nicht nachprüfen, was Ihr zu Hause zum Lösen verwendet. Allerdings sind die Aufgaben so gestellt, dass Hilfsmittel nur von geringer Bedeutung sind. Gesucht sind Lösungswege, Beschreibungen von Experimenten und Auswertungen derselben. Rechnungen, die nicht komplett aufgeschrieben werden, sind zu kommentieren. Insbesondere ist bei der Benutzung von Software anzugeben, welche Version genutzt worden ist.
- Bearbeitungszeit:
maximal **zwei Wochen**, jedoch sollten die Aufgaben auch deutlich schneller gelöst werden können.

Viel Erfolg!

Juristische Erklärungen

Die abgegebenen Lösungen werden von Mitarbeitern der Universität Stuttgart korrigiert. Entscheidungen über Sieger im Wettbewerb und die Rangfolge werden von der Jury des Wettbewerbs, bestehend aus Prof. Dr. R. Nawrodt und Prof. Dr. J. Wirth getroffen.

Entscheidungen der Jury sind nicht anfechtbar.

TEAM:

SCHULE:

Aufgabe 1 (6 Punkte)

In einer Urne befinden sich schwarze und weiße Kugeln. Beim zufälligen Auswählen von zwei Kugeln aus der Urne fällt auf, dass die Wahrscheinlichkeit ein verschiedenfarbiges Paar zu erhalten, genau $1/2$ ist.

- (a) Es ist bekannt, dass sich zwischen 50 und 80 Kugeln in der Urne befinden. Wieviele Kugeln sind in der Urne?
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei vier gewählten Kugeln zwei weiß und zwei schwarz sind?

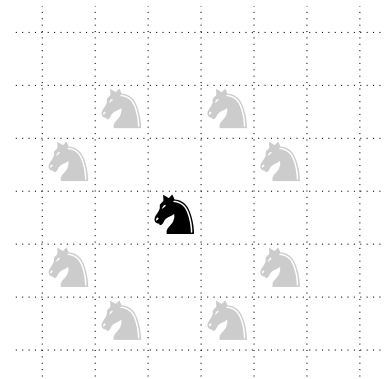
TEAM:

SCHULE:

Aufgabe 2 (10 Punkte)

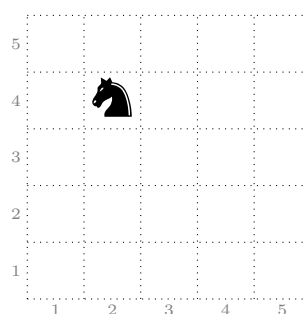
In dieser Aufgabe betrachten wir rechteckige Schachbretter der Größe $m \times n$ für natürliche Zahlen $m, n \geq 2$. Auf diesem bewegt sich ein Springer ♘ nach den üblichen Regeln, wenn die Felder nicht zu nah am Rand liegen, kann er also die nebenstehend skizzierten 8 Nachbarfelder erreichen.

Eine Springertour ist eine (endliche) Abfolge von zulässigen Springerzügen.



- (a) Das $m \times n$ Schachbrett bezeichnen wir als ♘-zusammenhängend, wenn je zwei Felder des Brettes durch eine Springertour verbunden werden können. Für welche $m \geq 2$ und $n \geq 2$ sind $m \times n$ -Felder ♘-zusammenhängend?
- (b) Wir nehmen nun an, dass das Schachbrett ♘-zusammenhängend ist und definieren den ♘-Abstand zweier Spielfelder als die Anzahl der Züge der kürzesten Springertour, die die beiden Felder verbindet. Der ♘-Durchmesser eines Brettes sei das Maximum der Abstände zweier Spielfelder. Wie groß ist der ♘-Durchmesser eines 4×4 -Feldes, wie groß der Durchmesser eines 5×5 -Feldes?
- (c) Neben der kürzesten Verbindung zweier Felder ist auch die längste Springertour von Interesse, die kein Feld mehrfach betritt. Es ist bekannt, dass auf einem 5×5 -Brett eine solche Tour mit 24 Zügen existiert. Wir interessieren uns für mehr:

Welche (End-) Felder sind von dem markierten Feld



aus durch eine Springertour erreichbar, bei der *jedes* Spielfeld genau einmal betreten wird? Welche sind nicht erreichbar?

- (d) Wir betrachten nun ein unendlich großes Brett der Form $\mathbb{N} \times \mathbb{N} = \{(k, l) \mid k, l = 1, 2, \dots\}$. Gibt es ein Startfeld und eine (unendliche) Springertour, die jedes Spielfeld genau einmal betritt?

TEAM:

SCHULE:

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Ferromagnetische Stoffe zeigen einen besonderen Effekt, der als *Magnetostriktion* bezeichnet wird. Hierbei ändert eine Probe ihre Länge, wenn ein Magnetfeld angelegt wird.

- (a) Informiert Euch über den Effekt. Schätzt ab, welche Längenänderungen nachgewiesen werden muss, um den Effekt der Magnetostriktion experimentell zu zeigen.
- (b) Entwickelt ein Experiment, mit dem Ihr diesen Effekt nachweisen könnt.
- (c) Führt das Experiment durch.
- (d) Erstellt ein kurzes Video, in dem Ihr die wesentlichen Schritte Eurer Gruppe vorstellt.

Hinweis: Der experimentelle Nachweis ist je nach Verfügbarkeit von Materialien und den eigenen experimentellen Fähigkeiten leicht bis mittelschwer. In der Aufgabe gibt auf die finale Umsetzung des Experiments deshalb nur 2 Punkte. Ihr erhaltet also die meisten Punkte bereits für die Planung und Vorstellung des Experiments.

Von Interesse für die Planung wären: Beschreibung der physikalischen Hintergründe, Abschätzung der Größe des Effekts, Vergleich verschiedener Ideen zur Messung des Effekts (inklusive Abschätzung der erreichbaren Auflösung des Verfahrens), usw. Auch das Aufzeigen von Wegen, die am Ende nicht funktionieren (mit einer entsprechenden Begründung) werden positiv in die Wertung einbezogen. Für den Nachweis kann man einen direkten Nachweis (also das Messen der Längenänderung) oder einen indirekten Nachweis (also einen zweiten Effekt, der durch die Längenänderung hervorgerufen wird) nutzen.